VẬN DỤNG PHƯƠNG PHÁP TÍNH NGƯỢC TỪ CUỐI TRONG DẠY HỌC SỐ VÀ PHÉP TÍNH NHẰM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH LỚP 5

Kiều Mạnh Hùng, Hoàng Thị Thơm, Phan Thảo Thơ
Trường Đại học Sư phạm – Đại học Đà Nẵng
Email: kmhung@ued.udn.vn

Tóm tắt: *Nghiên cứu tập trung làm rõ khả năng vận dụng phương pháp tính ngược từ cuối trong dạy học mạch Số và Phép tính lớp 5 theo hướng phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. Trên cơ sở phân tích lí luận và khảo sát thực trạng, năng lực giải quyết vấn đề toán học được cụ thể hóa qua năm thành tố: nhận biết và xác định vấn đề; phân tích dữ kiện và mục tiêu; đề xuất và lựa chọn giải pháp; thực hiện giải pháp; kiểm tra, đánh giá và điều chỉnh. Nghiên cứu đề xuất bốn biện pháp: hướng dẫn học sinh nhận diện dạng toán phù hợp; rèn luyện quy trình giải toán bằng tính ngược từ cuối theo các bước có cấu trúc; tổ chức trải nghiệm và mô hình hóa để làm rõ quan hệ thuận – nghịch; xây dựng hệ thống bài tập theo mức độ tăng dần. Các biện pháp được thiết kế theo hướng giảm dần sự hỗ trợ của giáo viên, tăng cơ hội để học sinh tự phân tích, lựa chọn chiến lược, thực hiện, giải thích và kiểm tra lời giải. Thiết kế thực nghiệm được triển khai với hai lớp 5 tại Trường Tiểu học Duy Tân, thành phố Đà Nẵng.*

Từ khóa: *phương pháp tính ngược từ cuối; Số và Phép tính; năng lực giải quyết vấn đề toán học; học sinh lớp 5; dạy học Toán tiểu học*

USING THE WORKING-BACKWARDS METHOD IN TEACHING NUMBERS AND OPERATIONS TO DEVELOP MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING COMPETENCE FOR GRADE 5 STUDENTS

Abstract: *This study focuses on examining the applicability of the working-backwards method in teaching Numbers and Operations in Grade 5 with the aim of developing students' mathematical problem-solving competence. Based on theoretical analysis and an initial survey of current practice, mathematical problem-solving competence is operationalized into five components: identifying and defining the problem; analyzing data and goals; proposing and selecting solutions; implementing solutions; and checking, evaluating, and revising. The study proposes four pedagogical measures: guiding students to identify problems suitable for the working-backwards method; developing a structured problem-solving process using working backwards; organizing experiential and modeling activities to clarify the relationship between forward and reverse processes; and designing a system of exercises with gradually increasing levels of difficulty. These measures are designed to gradually reduce teacher support and provide students with greater opportunities to independently analyze problems, select strategies, implement solutions, explain their reasoning, and check their answers. An experimental design was implemented with two Grade 5 classes at Duy Tan Primary School in Da Nang City.*

Keywords: *working-backwards method; Numbers and Operations; mathematical problem-solving competence; Grade 5 students; primary mathematics education.*

Nhận bài: 15/09/2026 *Phản biện: 15/10/2026* *Duyệt đăng: 19/10/2026*

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018 xác định giải quyết vấn đề toán học là một trong các thành tố cốt lõi của năng lực toán học. Ở lớp 5, mạch Số và Phép tính có nhiều nhiệm vụ yêu cầu học sinh phân tích quan hệ giữa các dữ kiện, lựa chọn trình tự phép tính, giải thích cách làm và kiểm tra tính hợp lí của kết quả. Với các bài toán trong đó một đại lượng ban đầu trải qua một chuỗi biến đổi và trạng thái cuối đã biết, việc suy luận từ kết quả cuối để khôi phục trạng thái ban đầu là một chiến lược có ý nghĩa.

Trong nghiên cứu về giải quyết vấn đề, Pólya (1973) xem working backwards là một chiến lược hữu ích khi người giải có thể bắt đầu từ điều cần tìm và lần ngược về dữ kiện đã biết. Quan điểm này phù hợp với cách tiếp cận coi giải quyết vấn đề là quá trình gồm hiểu vấn đề, lập kế hoạch, thực hiện và xem xét lại. Đối với HS tiểu học, tính ngược từ cuối tạo cơ hội để các em phân tích trạng thái cuối, xác định chuỗi biến đổi, lựa chọn phép toán ngược, đảo thứ tự thao tác và kiểm tra kết quả theo chiều thuận.

Các nghiên cứu về giải quyết vấn đề toán học đã nhấn mạnh vai trò của chiến lược trong việc lập kế hoạch, thực hiện và kiểm soát quá trình giải. Tuy nhiên, các công trình chủ yếu xem tính ngược từ cuối như một chiến lược giải toán. Việc tổ chức phương pháp này thành hệ thống biện pháp dạy học gắn với từng biểu hiện của NL GQVĐTH trong mạch Số và Phép tính lớp 5 còn cần được cụ thể hóa. Nghiên cứu này tập trung vào khoảng trống đó.

Kết quả khảo sát ban đầu trên 60 HS cho thấy mức độ đạt được giữa năm thành tố NL GQVĐTH chưa đồng đều. Tỉ lệ HS đạt yêu cầu ở C1 là 73,3%, C2 là 59,2%, C3 là 53,3%, C4 là 60,7% và C5 là 45,3%. Trong đó, thành tố kiểm tra, đánh giá và điều chỉnh (C5) có tỉ lệ thấp nhất, cho thấy HS còn hạn chế trong việc tự kiểm soát và xem xét lại quá trình giải. Kết quả này là một trong những căn cứ thực tiễn để nghiên cứu xây dựng các biện pháp vận dụng phương pháp tính ngược từ cuối.

II. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1. Phương pháp tính ngược từ cuối và năng lực giải quyết vấn đề toán học

Phương pháp tính ngược từ cuối được hiểu là cách giải trong đó người học xuất phát từ trạng thái hoặc kết quả cuối đã biết, xác định thao tác vừa tạo ra trạng thái đó, thực hiện thao tác ngược để khôi phục trạng thái trước, rồi tiếp tục lần lượt cho đến khi tìm được đại lượng ban đầu. Nếu quá trình thuận có dạng $A \rightarrow T1 \rightarrow B \rightarrow T2 \rightarrow C$, thì quá trình ngược được tổ chức theo $C \rightarrow T2^{-1} \rightarrow B \rightarrow T1^{-1} \rightarrow A$. Điểm cần nhấn mạnh là học sinh không chỉ xác định đúng phép toán ngược mà còn phải đảo đúng thứ tự của chuỗi thao tác. Trên cơ sở biểu hiện NL GQVĐTH trong Chương trình môn Toán 2018, kết hợp đặc điểm của quá trình giải bài toán bằng tính ngược từ cuối, nghiên cứu thao tác hóa năng lực thành năm thành tố C1–C5. Việc xác định các thành tố NL GQVĐTH được thực hiện trên cơ sở kết hợp giữa yêu cầu về năng lực giải quyết vấn đề toán học trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 với đặc trưng của quá trình giải bài toán bằng phương pháp tính ngược từ cuối. Theo đó, giải quyết một bài toán không dừng ở việc thực hiện đúng phép tính mà bao gồm một chuỗi hoạt động từ nhận biết vấn đề, phân tích dữ kiện và mục tiêu, lựa chọn cách giải, thực hiện đến kiểm tra và điều chỉnh kết quả. Đối với phương pháp tính ngược từ cuối, chuỗi hoạt động này được cụ thể hóa bằng việc xác định trạng thái cuối, nhận diện các biến đổi đã xảy ra, lựa chọn các thao tác ngược tương ứng, thực hiện chúng theo thứ tự đảo lại và kiểm tra kết quả bằng quá trình thuận. Từ sự tương ứng đó, nghiên cứu thao tác hóa NL GQVĐTH thành năm thành tố: C1 – nhận biết và xác định vấn đề; C2 – phân tích dữ kiện và mục tiêu; C3 – đề xuất và lựa chọn giải pháp; C4 – thực hiện giải pháp; C5 – kiểm tra, đánh giá và điều chỉnh. Năm thành tố này được sử dụng thống nhất trong thiết kế nhiệm vụ học tập, xây dựng rubric và đánh giá sự tiến bộ của HS.

Bảng 1. Biểu hiện của các thành tố NL GQVĐTH khi vận dụng phương pháp tính ngược từ cuối

Thành tố	Biểu hiện trong bài toán tính ngược từ cuối
C1. Nhận biết và xác định vấn đề	Xác định yêu cầu, đại lượng cần tìm và trạng thái cuối đã biết.
C2. Phân tích dữ kiện và mục tiêu	Xác định chuỗi biến đổi, quan hệ giữa các trạng thái; biểu diễn bằng lời, sơ đồ hoặc biểu thức.
C3. Đề xuất và lựa chọn giải pháp	Nhận ra khả năng sử dụng tính ngược từ cuối và giải thích lí do lựa chọn.
C4. Thực hiện giải pháp	Xác định phép toán ngược và thực hiện theo thứ tự đảo lại của chuỗi biến đổi.
C5. Kiểm tra, đánh giá và điều chỉnh	Thực hiện lại quá trình thuận; phát hiện bước chưa hợp lí và sửa lời giải.

2.2. Quy trình vận dụng phương pháp tính ngược từ cuối trong dạy học

Quy trình vận dụng phương pháp tính ngược từ cuối được xây dựng từ sự kết hợp của ba căn cứ: (1) tiến trình giải quyết vấn đề toán học từ nhận biết vấn đề đến kiểm tra lời giải; (2) đặc trưng của phương pháp tính ngược từ cuối là xuất phát từ trạng thái cuối, xác định các thao tác ngược và thực hiện theo thứ tự đảo lại; (3) yêu cầu tổ chức hoạt động học theo hướng giảm dần sự hỗ trợ của GV và tăng mức độ tự chủ của HS. Vì vậy, quy trình không được thiết kế như một thuật toán tính toán cố định mà là một khung định hướng giúp HS tổ chức và kiểm soát quá trình giải.

Từ các căn cứ trên, quy trình được cụ thể hóa thành sáu bước:

Bảng 2. Quy trình giải toán bằng phương pháp tính ngược từ cuối

Bước	Hoạt động chủ yếu của HS	Thành tố NL GQ-VĐTH được huy động
1. Xác định vấn đề	Xác định yêu cầu, đại lượng cần tìm và thông tin đã biết	C1

2. Phân tích quá trình thuận	Xác định trạng thái cuối và chuỗi biến đổi đã xảy ra	C2
3. Biểu diễn cấu trúc bài toán	Mô tả quan hệ bằng lời, sơ đồ, bảng hoặc biểu thức	C2, C3
4. Lựa chọn và thực hiện quá trình ngược	Xác định phép toán ngược; đảo thứ tự thao tác và thực hiện lần lượt	C3, C4
5. Trình bày kết quả	Xác định đại lượng ban đầu, giải thích và trình bày lời giải	C4
6. Kiểm tra và điều chỉnh	Thực hiện lại quá trình thuận, đối chiếu với trạng thái cuối; phát hiện và sửa sai nếu có	C5

Sáu bước có quan hệ kế tiếp nhưng không được hiểu là một quy trình cứng nhắc. Trong quá trình giải, HS có thể quay lại bước phân tích hoặc lựa chọn giải pháp khi kết quả kiểm tra ở bước 6 cho thấy lời giải chưa phù hợp. Điểm đặc trưng của quy trình nằm ở mối liên hệ hai chiều giữa quá trình thuận và quá trình ngược: quá trình thuận giúp HS phân tích cấu trúc bài toán, quá trình ngược tạo ra lời giải, còn việc thực hiện lại quá trình thuận cung cấp căn cứ để kiểm tra và điều chỉnh kết quả.

2.3. Các biện pháp vận dụng phương pháp tính ngược từ cuối

Bốn biện pháp được xây dựng không phải như bốn cách tổ chức độc lập của cùng một nội dung mà đảm nhiệm những chức năng sư phạm khác nhau trong quá trình hình thành và vận dụng chiến lược tính ngược từ cuối. Biện pháp 1 giải quyết vấn đề nhận diện và lựa chọn chiến lược; Biện pháp 2 tập trung vào hình thành và kiểm soát quy trình giải; Biện pháp 3 hướng đến làm rõ bản chất của quan hệ thuận – nghịch thông qua trải nghiệm và mô hình hóa; Biện pháp 4 tạo điều kiện luyện tập, chuyển giao và vận dụng chiến lược với mức độ độc lập ngày càng cao. Các biện pháp vì vậy có quan hệ bổ trợ nhưng không thay thế nhau.

Biện pháp 1: Hướng dẫn học sinh nhận diện dạng toán phù hợp

Biện pháp này tập trung hình thành khả năng nhận diện cấu trúc của bài toán trước khi tính toán. Học sinh xác định đại lượng ban đầu cần tìm, trạng thái cuối đã biết và chuỗi biến đổi đã xảy ra; sau đó xem xét liệu các thao tác có thể đảo ngược để quay về trạng thái ban đầu hay không. Việc nhận diện giúp học sinh chủ động lựa chọn chiến lược thay vì chỉ sử dụng tính ngược từ cuối khi giáo viên yêu cầu.

Ví dụ minh họa: Với bài toán: "Một số sau khi nhân với 4 rồi cộng 15 thì được 55. Tìm số đó", giáo viên yêu cầu học sinh xác định số cần tìm, trạng thái cuối và chuỗi biến đổi trước khi thực hiện phép tính. Học sinh biểu diễn: ? → ×4 → +15 → 55. Từ 55, các em nhận ra cần thực hiện −15 trước rồi :4, thu được 10. Kết quả được kiểm tra theo chiều thuận: $10 \times 4 + 15 = 55$. Ở đây, yêu cầu trọng tâm không phải là tính nhanh mà là giải thích vì sao cấu trúc bài toán phù hợp với cách suy luận ngược.

Biện pháp 2: Rèn luyện quy trình giải toán bằng các bước có cấu trúc

Sau khi học sinh nhận diện được dạng toán, giáo viên tổ chức luyện tập quy trình sáu bước. Câu hỏi gợi mở được gắn với từng bước: "Bài toán yêu cầu tìm gì?", "Trạng thái cuối là gì?", "Thao tác nào xảy ra sau cùng?", "Muốn quay về trạng thái trước phải làm gì?", "Kết quả có thể kiểm tra bằng cách nào?". Việc sử dụng câu hỏi theo cấu trúc giúp học sinh tránh lỗi thường gặp: biết phép toán ngược nhưng thực hiện sai thứ tự.

Ví dụ minh họa: Với bài toán: "Một số sau khi nhân với 5 rồi trừ 18 thì được 62. Tìm số đó", học sinh lập sơ đồ thuận ? → ×5 → −18 → 62. Khi tính ngược, thao tác cuối "trừ 18" được xử lí trước: 62 + 18 = 80; tiếp đó đảo phép nhân 5 bằng phép chia: 80 : 5 = 16. Học sinh kết luận số cần tìm là 16 và kiểm tra: $16 \times 5 - 18 = 62$. Phần kiểm tra được xem là một bước bắt buộc của quy trình, không phải thao tác bổ sung sau khi đã có đáp số.

Biện pháp 3: Tổ chức trải nghiệm và mô hình hóa để làm rõ bản chất thuận – nghịch

Biện pháp này sử dụng tình huống có thao tác cụ thể để học sinh quan sát sự thay đổi của đại lượng, sau đó chuyển dần sang mô hình toán học. Chuỗi trải nghiệm được tổ chức theo hướng: tình huống thực tiễn → quá trình biến đổi → mô hình/ sơ đồ → quá trình thuận → quá trình ngược → kiểm tra. Qua đối chiếu hai chiều, học sinh hình thành ý nghĩa của thao tác ngược và quy tắc đảo thứ tự.

Ví dụ minh họa: Trong hoạt động "Chiếc hộp bí mật", một học sinh nhận một số thẻ chưa công bố, thêm 4 thẻ rồi gấp đôi số thẻ và cho biết kết quả cuối là 20.

Cả lớp mô tả quá trình: ? → +4 → ×2 → 20. Muốn khôi phục số thẻ ban đầu, học sinh thực hiện 20 : 2 = 10 và 10 − 4 = 6.

Giáo viên đặt hai sơ đồ cạnh nhau: 6 → +4 → 10 → ×2 → 20 và 20 → :2 → 10 → −4 → 6. Việc đối chiếu giúp học sinh nhận ra thao tác thực hiện sau cùng ở chiều thuận phải được xử lí trước tiên ở chiều ngược.

Biện pháp 4: Xây dựng hệ thống bài tập theo mức độ tăng dần

Hệ thống bài tập được thiết kế theo sáu mức: nhận diện; thực hiện theo hướng dẫn hoặc mô hình; vận dụng; vận dụng nâng cao; tình huống thực tiễn; bài toán có yếu tố mở. Mức độ khó không chỉ tăng ở số bước tính mà còn tăng ở mức độ độc lập của học sinh. Một số nhiệm vụ cố ý đặt cạnh bài toán không phù hợp với tính ngược từ cuối để buộc học sinh thực hiện hoạt động lựa chọn.

Ví dụ minh họa: Ở mức nhận diện, giáo viên đưa bốn nhiệm vụ: (A) tính 324,5 + 76,8; (B) một số sau khi cộng 15 rồi nhân 3 thì được 90; (C) cửa hàng có 125 kg gạo, bán 48 kg; (D) một số sau khi nhân 4, trừ 12 rồi chia 2 thì được 24. Học sinh lựa chọn B và D, đồng thời giải thích rằng hai bài toán có đại lượng ban đầu chưa biết, một chuỗi biến đổi và trạng thái cuối đã biết. Ở mức vận dụng, với bài toán "Một số sau khi chia cho 2,5 rồi cộng 4,8 thì được 12,8", học sinh tự lập sơ đồ, tính 12,8 − 4,8 = 8; 8 × 2,5 = 20 và kiểm tra 20 : 2,5 + 4,8 = 12,8.

Một điểm cần lưu ý là tính ngược từ cuối không phù hợp với mọi bài toán thuộc mạch Số và Phép tính. Vì vậy, năng lực của học sinh không được thể hiện ở việc sử dụng phương pháp càng nhiều càng tốt, mà ở khả năng nhận ra khi nào phương pháp phù hợp, giải thích được lựa chọn và biết kiểm tra lời giải. Đây cũng là lí do hệ thống bài tập cần bao gồm cả nhiệm vụ phù hợp và không phù hợp với tính ngược từ cuối.

Bảng 3. Hệ thống biện pháp vận dụng phương pháp tính ngược từ cuối trong dạy học

Biện pháp	Vấn đề sư phạm cần giải quyết	Chức năng chủ yếu	Hoạt động trọng tâm của HS	Thành tố NL tác động trực tiếp
1. Hướng dẫn HS nhận diện dạng toán phù hợp	HS có thể biết thực hiện tính ngược nhưng chưa biết khi nào nên dùng	Nhận diện và lựa chọn chiến lược	Phân tích cấu trúc; phân loại bài toán; giải thích vì sao phù hợp/ không phù hợp	C1, C2, C3
2. Rèn luyện quy trình giải toán bằng các bước có cấu trúc	HS dễ nhầm thứ tự thao tác hoặc thực hiện máy móc	Hình thành và kiểm soát quy trình	Lập sơ đồ; xác định phép toán ngược; thực hiện đúng thứ tự; trình bày và kiểm tra	C2, C3, C4, C5
3. Tổ chức trải nghiệm và mô hình hóa	HS có thể nhớ "cộng ↔ trừ, nhân ↔ chia" nhưng chưa hiểu bản chất thuận – nghịch	Kiến tạo ý nghĩa và hiểu bản chất phương pháp	Thao tác; quan sát biến đổi; mô hình hóa; đối chiếu chiều thuận và chiều ngược	C2, C3, C4
4. Xây dựng hệ thống bài tập theo mức độ/nhóm nhiệm vụ	HS có thể làm bài quen thuộc nhưng khó chuyển giao sang tình huống mới	Luyện tập, củng cố và chuyển giao chiến lược	Giải nhiệm vụ đa dạng; lựa chọn phương pháp; vận dụng độc lập; giải thích và kiểm tra	C3, C4, C5

III. KẾT LUẬN

Kết quả phân tích cho thấy việc vận dụng tính ngược từ cuối trong dạy học Số và Phép tính cần được tổ chức như một quá trình lựa chọn và kiểm soát chiến lược, thay vì chỉ hướng dẫn HS thay phép tính thuận bằng phép tính ngược. Điểm then chốt là HS phải nhận diện được trạng thái cuối, khôi phục các trạng thái trước theo đúng thứ tự và kiểm tra kết quả bằng chiều thuận. Quy trình sáu bước và bốn biện pháp được đề xuất nhằm cụ thể hóa quá trình này trong dạy học lớp 5. Nghiên cứu được thực hiện trên phạm vi Trường Tiểu học Duy Tân, Phường Hòa Khánh, Thành phố Đà Nẵng, vì vậy cần tiếp tục kiểm chứng với mẫu rộng hơn và các dạng nhiệm vụ đa dạng hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018). Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo).

Dewey, J. (1933). How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process. D. C. Heath and Company.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. National Academy Press. https://doi.org/10.17226/9822

Nguyễn Bá Kim. (2004). Phương pháp dạy học môn Toán (In lần thứ 2, có sửa chữa, bổ sung). Nhà xuất bản Đại học Sư phạm.

Pólya, G. (1973). How to solve it: A new aspect of mathematical method (2nd ed.). Princeton University Press.

Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical problem solving. Academic Press. https://doi.org/10.1016/C2013-0-05012-8